دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
دانشکدهٔ مهندسی کامپیوتر و فنآوری اطلاعات

مبانی امنیت اطلاعات

(ترم بهمن ۹۸)

PKC

نستوه طاهری جوان

nastooh@aut.ac.ir

Public Key Cryptography

- نقطه ضعف اصلی روش های رمزنگاری متقارن
  نیاز به سِت کردن کلید مشترک و سرّی

علاوه بر این، هر فرد برای تبادل داده با n نفر دیگر، باید n کلید سری و محرمانه را مدیریت کند!

- در مقابل روش های نامتقارن، موسوم به رمزنگاری کلید-عمومی، این نیاز اساسی را بر طرف می کنند.
  - در این روش ها، عملیات رمزگذاری با یک کلید انجام می شود و عملیات رمزگشایی با کلیدی دیگر!
  - استنتاج این کلیدها از روی یکدیگر غیر ممکن است.

nastooh@aut.ac.ir

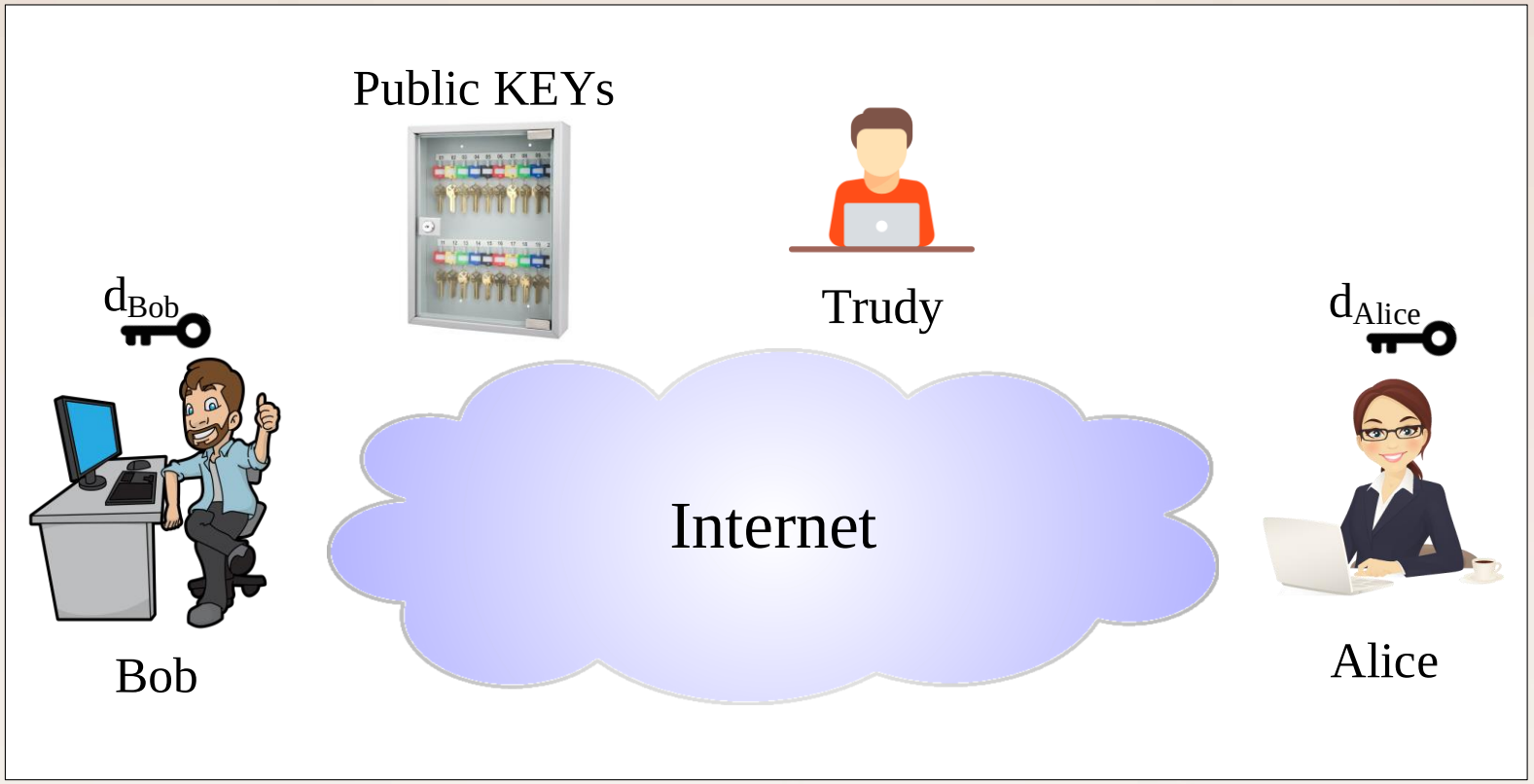
Public Key Cryptography

- ✓ روال کار در PKC
  - ساختن کلید
    - هر کس که تمایل به **دریافت** دادهٔ محرمانه است، باید یک جفت کلید بسازد. یک کلید با عنوان e برای رمزگذاری، و یک کلید با عنوان d برای رمزگشایی.
  - انتشار کلید
    - فرد گیرنده، کلید e را برای همه ارسال می کند. اما کلید d را باید محرمانه نزد خود نگهدارد.
    - به همین دلیل به d، کلید خصوصی و به e کلید عمومی گویند.
  - رمزگذاری
    - فرستندهٔ دادهٔ محرمانه برای این گیرندهٔ خاص، کلید عمومی گیرنده را پیدا کرده (یا از خودش دریافت می کند) و داده را با آن رمز کرده و ارسال می کند.
    - داده ای که با کلید عمومی گیرنده رمز شده باشد، فقط با کلید خصوصی اش گشوده خواهد شد.

nastooh@aut.ac.ir

Public Key Cryptography

✓ روال کار در PKC



شکل برای توضیح شفاهی

nastooh@aut.ac.ir

Public Key Cryptography

- ✓ یادآوری و نتیجه گیری دو اصل اساسی در PKC

  - اصل اول: هر داده ای که با e یک فرد رمز شده باشد، تنها با d همان فرد گشوده خواهد شد.

  - اصل دوم: e و d از روی یکدیگر قابل استخراج نیستند.
    - با داشتن e، نمی توان d را محاسبه کرد.

پس هر کسی باید یک کلید عمومی و یک کلید خصوصی داشته باشد، کلید عمومی را در اختیار همگان قرار می دهد تا دیگران به کمک آن داده های ارسالی برای وی را رمز کنند، و یک کلید را به صورت محرمانه و برای رمزگشایی داده های دریافتی استفاده می کند.

nastooh@aut.ac.ir

Public Key Cryptography

- ✓ مزایای اصلی PKC در برابر رمزنگاری متقارن
  - عدم نیاز به کانال امن جهت تبادل کلید
  - هر فرد فقط در محرمانه نگه داشتن یک کلید کوشا باشد
  - پشتیبانی از امضای دیجیتال (مباحث آینده درس)

nastooh@aut.ac.ir

Public Key Cryptography

- ✓ معایب اصلی PKC در برابر رمزنگاری متقارن
  - پیچیدگی و زمان بر بودن محاسبات رمز نگاری (در حد چند ده هزار برابر)
  - در عمل، معمولا ciphertext از plaintext هم طول نیستند.
  - استفاده از کلیدهای بسیار بزرگتر در عمل
  - نیاز به اعتبار سنجی کلیدهای عمومی (مهم)

nastooh@aut.ac.ir

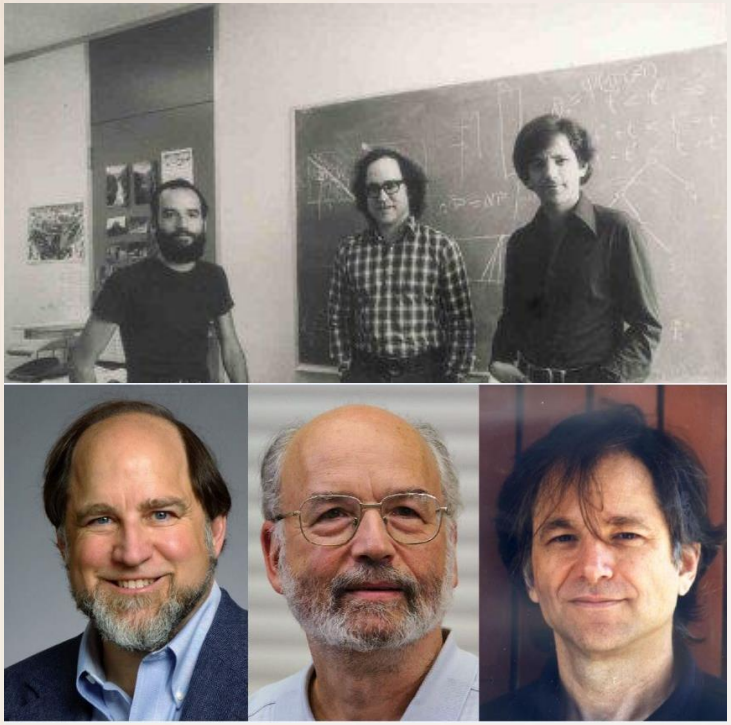
Public Key Cryptography

- ✓ برخی از الگوریتم های ردهٔ PKC
  - الجمال (ElGamal)
  - کوله پشتی مرکل-هلمن
  - کرامر-شاوپ
  - ...
  - و RSA (که به عنوان معروف ترین الگوریتم، با جزئیات کامل بررسی خواهیم کرد)

nastooh@aut.ac.ir

RSA

- ✓ الگوریتم RSA (Rivest, Shamir, Adleman)
  - معرفی در سال ۱۹۷۷
  - معروف ترین و پرکاربردترین الگوریتم رمزنگاری کلید عمومی (با اختلاف زیاد)
  - استفاده شده در:
    - مستر کارت
    - ویزا کارت
    - پروتکل SET
    - پروتکل SSL
    - استفادهٔ موثری در انواع امضاهای دیجیتال
    - و . . .



RSA

✓ الگوریتم RSA

○ ساخت کلید:

- انتخاب دو عدد اول بسیار بزرگ، با عنوان p و q
- محاسبهٔ n و z از روی p و q

$$n = p * q$$

$$z = (p-1) * (q-1)$$

- انتخاب عدد d به نحوی که نسبت به z اول باشد. (هیچ عامل مشترکی نداشته باشند)
- انتخاب e به گونه ای که عبارت زیر صادق باشد

$$(e * d) \bmod z = 1$$

حال:

➢ زوج (e, n) کلید عمومی است.

➢ زوج (d, n) کلید خصوصی است.

nastooh@aut.ac.ir

RSA

✓ الگوریتم RSA

○ رمزگذاری:

- متن را به بلاک های مساوی با عنوان P تقسیم می کنیم.
  - ➢ اندازهٔ بلاک ها باید حداکثر k باشد. K بزرگترین عددی است $2^k<n$ که در صدق می کند.
- فرمول رمزنگاری هر بلاک به صورت زیر است:

$$C = P^e \bmod n$$

○ رمزگشایی

- فرمول رمزگشایی به صورت زیر است:

$$P = C^d \bmod n$$

nastooh@aut.ac.ir

RSA

- ✓ مثال از الگوریتم RSA
  - ساخت کلید:
    - انتخاب دو عدد اول: p=3 و q=11
    - محاسبهٔ n=33 و z=20
    - انتخاب d=7 که نسبت به ۲۰ اول است
    - انتخاب e=3 که در واقع 7*3 mod 20 =1

➢ کلید عمومی (e=3, n=33)

➢ کلید خصوصی (d=7, n=33)

nastooh@aut.ac.ir

RSA

- ✓ مثال از الگوریتم RSA
  - رمز گذاری
    - فرض کنیم یکی از بلاک های دادهٔ اصلی برابر ۱۹ است. پس داریم:

$$C = 19^3 \bmod 33 = 28$$

  - رمزگشایی
    - داریم C=28، پس:

$$P = 28^7 \bmod 33 = 19$$

nastooh@aut.ac.ir

RSA

- ✓ و اما ترودی!
  - ترودی زوج (e, n) را در اختیار دارد.
  - نیاز به محاسبه و به دست آوردن d دارد.

- ابتدا باید n را به عوامل اولش تجزیه کند. که با توجه به ماهیت n، متاسفانه پاسخ آن یکتاست که همان p و q ابتدایی خواهد بود!
- بر اساس p و q، می تواند به راحتی z را محاسبه کند.
- بر اساس z می تواند d را به دست آورد.
- تمام!

- نکته: هنوز الگوریتم کارآمدی برای تجزیهٔ اعداد بزرگ به عوامل اولشان پیدا نشده است. تنها راه: جستجو و آزمون!

nastooh@aut.ac.ir

RSA

- ✓ جمع بندی RSA
  - پس از گذشت ۴ دهه، هنوز RSA محبوب و پر کاربرد است.
  - با کشف احتمالی یک الگوریتم کارآمد برای تجزیهٔ اعداد به عوامل اولشان، کار RSA یکسره خواهد شد.
  - تا آن زمان کافیست، همزمان با افزایش قدرت محاسباتی دنیا، فقط طول کلید را افزایش داد.
  - برای درک مبانی نظری آن، مبحث لگاریتم گسسته، قضایای فرما و اویلر و قضایای مربوط به اعداد اول را مرور کنید.

- ✓ الگوریتم های رمزنگاری نامتقارن دیگری نیز پیشنهاد شده اند، که هر یک بنابه دلایلی توفیق RSA را کسب نکرده اند.

منابع

[1] William Stallings, “Cryptography and Network Security,” 7th ed.

nastooh@aut.ac.ir

پایان

nastooh@aut.ac.ir